- Calculer l'espérance d'une variable aléatoire suivant une loi binomiale de paramètres $n \in \mathbb{N}^*$ et $p \in [0,1]$.

- Montrer qu'une fonction polynomiale admet des développements limités à tout ordre en 0.

- Montrer que si une fonction f admet un $DL_n(0)$, alors la partie régulière de celui-ci est unique.

- Soit $f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & \frac{x^3}{1+x^6} \end{array}$. Calculer $f^{(n)}(0)$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

- Trouver $a, b \in \mathbb{R}$ tels que
$$\cos(x) - \frac{1+ax^2}{1+bx^2}$$
soit un $o(x^n)$, en 0, avec n maximal.

- Calculer
$$\ell = \lim_{x\to\infty} \left(\frac{\ln(x+1)}{\ln(x)}\right)^x,$$
puis donner un équivalent de
$$\left(\frac{\ln(x+1)}{\ln(x)}\right)^x - \ell$$
quand $x \to \infty$.

- L'oral d'un concours comporte au total 100 sujets ; les candidats tirent au sort trois sujets et choisissent alors le sujet traité parmi ce trois sujets. Un candidat se présente en ayant révisé 60 sujets sur les 100.
  1. Quelle est la probabilité que le candidat ait révisé les trois sujets tirés ? Deux sur les trois ? Un seul sujet ?
  2. En moyenne, combien de sujets aura-t-il révisé ?

- Soient X, Y deux variables aléatoires de lois binomiales indépendantes $\mathscr{B}(n,p)$ et $\mathscr{B}(m,p)$. Quelle est la loi de $X+Y$?

- On lance n fois un dé à six faces. Comment choisir n pour que la probabilité d'obtenir un nombre de 6 compris entre 0 et $\frac{n}{3}$ soit supérieure à $\frac{1}{2}$?

- On considère une urne contenant n boules numérotées 0 et n boules numérotées de 1 à n. On tire, sans remise, deux boules de l'urne ; on note X le numéro de la plus grande, et Y celui de la plus petite.
  Calculer la probabilité $\mathbb{P}(X = Y+1)$.

-
  1. Montrer que $\sin : [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \to [-1,1]$ est une bijection. On note arcsin sa réciproque.
  2. Montrer que arcsin est dérivable sur $]-1,1[$, et calculer sa dérivée ; le résultat ne fera plus apparaître de fonctions trigonométriques.
  3. Donner un développement limité à l'ordre 3 en 0 de arcsin.

- Donner un développement asymptotique à l'ordre 3 en $+\infty$ et $-\infty$ de
$$f(x) = \frac{\sqrt{1+x^2}}{1+x+\sqrt{1+x^2}}.$$
Étudier les branches infinies de f.

-
  1. Justifier que $\frac{\tan(x)}{x} = 1 + o(1)$ au voisinage de 0.
  2. En déduire un DL à l'ordre 2 de $\tan^2$ au voisinage de 0.
  3. En déduire un DL à l'ordre 3 de tan.
  4. Avec la même méthode, donner un DL à l'ordre 5 de tan.
  5. En déduire
  $$\lim_{x\to 0} \frac{\tan(2x) - 2\tan(x) - 2\tan^3(x)}{x^5}.$$

- Soit $f : x \in \mathbb{R} \mapsto xe^{x^2}$.
  1. Montrer que f estde classe $\mathscr{C}^\infty$ sur $\mathbb{R}$.
  2. Déterminer un DL à l'ordre 5 en 0 de f.
  3. Montrer que f est bijective de $\mathbb{R}$ sur $\mathbb{R}$.
  4. On admet que f^{-1} est $\mathscr{C}^\infty$. Montrer que f^{-1} admet un développement limité, qu'on déterminera.