- Montrer que pour tous b et x réels, il existe deux réels φ et r tels que
$$\cos(x) + b\sin(x) = r\cos(x-\varphi).$$

- Énoncer et démontrer l'inégalité triangulaire.

- Démontrer que
$$\forall x \in \mathbb{R},\ x-1 < \lfloor x \rfloor \leqslant x.$$

- Résoudre l'équation
$$\left\lfloor \frac{x+1}{3} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{x+2}{3} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{x+1}{2} \right\rfloor + \frac{x-1}{2}.$$

- Soient $x, y \in \mathbb{R}$. Montrer que
$$\min(x,y) = \frac{x+y+|x-y|}{2}$$
et
$$\min(x,y) = \frac{x+y-|x-y|}{2}.$$
Donner une formule analogue pour $\max(x,y,z)$.

- Calculer la valeur de
$$\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\cdots}}}$$
et de
$$\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\cdots}}}$$

- Résoudre l'équation
$$\arctan(x) + \arctan(x^3) = \frac{3\pi}{4}.$$

- Résoudre l'équation
$$\arctan(x-1)+\arctan(x)+\arctan(x+1) = \frac{\pi}{2}.$$

- Résoudre l'équation dans $\mathbb{R}$
$$\sin^4(x) + \cos^4(x) = 1.$$

- Résoudre l'équation $\tan^4(x)+2\tan^2(x)-3 = 0$.

- Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$ et tout $\theta \in [0,\pi]$,
$$|\sin(n\theta)| \leqslant n\sin(\theta).$$

- Pour tout $n \in \mathbb{N}$, comparer $(n+1)!$ et 2^n.

- Montrer que pour tous $n \in \mathbb{N}$ et $x \in \mathbb{R}$,
$$\lfloor x+n \rfloor = \lfloor x \rfloor + n.$$

- Pour $n > 1$, on pose
$$H_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k}.$$
Montrer que H_n peut s'écrire comme quotient d'un nombre impair par un nombre pair.