- Résoudre l'équation différentielle
$$(1+x^2)y'+xy=1.$$

- Résoudre l'équation différentielle
$$\ln(x)y'+\frac{1}{x}y=1.$$

- Calculer l'intégrale
$$\int_{-1}^{1}(1+x^3)^4x^2\mathrm{d}x$$
avec le changement de variable $u=1+x^3$.

- Trouver les applications continues f vérifiant
$$\forall x\in\mathbb{R},\ f(x)-\int_0^x tf(t)\mathrm{d}t=1.$$

- Calculer l'intégrale suivante à l'aide d'une intégration par parties
$$I=\int_0^{\frac{\pi}{3}}\frac{x^2}{(\cos(x)+x\sin(x))^2}\mathrm{d}x.$$

- Soit $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ continue telle que
$$\forall x\in\mathbb{R},\ \int_0^1 f(xt)\mathrm{d}t=0.$$
Montrer que f est la fonction nulle.

- Soit $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ définie par
$$f(x)=\frac{2x}{1+x^2}.$$
  1. f est-elle injective ? surjective ?
  2. Calculer $f(\mathbb{R})$.
  3. Montrer que f induit une bijection de $[-1,1]$ sur $[-1,1]$.

- Soient E et F deux ensembles finis, ayant respectivement n et p éléments. Soit $f:E\to F$.
  1. Montrer que si f est injective, alors $n\leqslant p$
  2. Montrer que si f est surjective, alors $n\geqslant p$.
  3. On suppose $n=p$. Montrer que f est injective si et seulement si f est surjective.

- Montrer qu'il existe une bijection entre $\mathbb{N}$ et $\mathbb{N}\times\mathbb{N}$.

- Soit $f:X\to Y$ une application. Soient
$$\Delta:\begin{array}{ccc}\mathfrak{p}(X)&\longrightarrow&\mathfrak{p}(Y)\\A&\longmapsto&f(A)\end{array}\text{et}\nabla:\begin{array}{ccc}\mathfrak{p}(Y)&\longrightarrow&\mathfrak{p}(X)\\B&\longmapsto&f^{-1}(B)\end{array}.$$
Montrer que sont équivalentes
  — f injective
  — Δ injective
  — ∇ surjective

- Soit $f:X\to Y$ une application. Soient
$$\Delta:\begin{array}{ccc}\mathfrak{p}(X)&\longrightarrow&\mathfrak{p}(Y)\\A&\longmapsto&f(A)\end{array}\text{et}\nabla:\begin{array}{ccc}\mathfrak{p}(Y)&\longrightarrow&\mathfrak{p}(X)\\B&\longmapsto&f^{-1}(B)\end{array}.$$
Montrer que sont équivalentes
  — f surjective
  — Δ surjective
  — ∇ injective

- Soit $f:E\to F$. Montrer que f est injective si et seulement si
$$\forall A,B\subseteq E,\ f(A\cap B)=f(A)\cap f(B).$$