

Espace vectoriel

On considère l'espace vectoriel $E = \mathbb{R}^4$ et les vecteurs

$$a = (2, -1, 1, 0), b = (-1, 2, -2, 1), c = (-2, 2, -3, 1), d = (1, 4, -2, 2), e = (8, 2, 5, 1).$$

1. Étudier la liberté de la famille (c, d, e) . Si la famille est liée, exprimer un des vecteurs comme combinaison linéaire des deux autres.
2. Montrer que la famille (a, b, c, d) est une base de E .
3. Déterminer les coordonnées de vecteurs c, d, e dans la base de la question précédente.
4. Soit $G = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x - z - t = 0 \text{ et } y - 2t = 0\}$. Montrer que G est un sous-espace vectoriel de E . En donner une base et la dimension.
5. Montrer que $c \in G$. Donner une base de G contenant le vecteur c .
6. Soit $F = \text{Vect}(c, d)$. Donner F sous forme cartésienne.
7. Déterminer une base de $F \cap G$.