

La fourmi de Langton

La fourmi de Langton est un jeu inventé par Christopher Langton. Les règles sont très simples : une fourmi se déplace sur les cases d'une grille, qui peuvent être noires ou blanches.

- Si la fourmi est sur une case blanche, elle tourne d'un quart de tour vers la droite
- Si la fourmi est sur une case noire, elle tourne d'un quart de tour vers la gauche.

Dans les deux cas, la case quittée par la fourmi change de couleur.

La grille sera représentée par une matrice de taille $N \times N$ (on pourra commencer avec $N = 30$) de $\mathcal{M}_N(\{0,1\})$: un 1 indique une case noire, et un 0 une case blanche.

La position de la fourmi sera représentée par un vecteur colonne $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. Sa direction sera représentée par une matrice colonne : $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ pour le nord, $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ pour le sud, $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ pour l'est et $\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ pour l'ouest.

On pourra utiliser la commande `plt.imshow(grille, cmap="Greys")` pour afficher la matrice grille.

1. Écrire des fonctions qui affichent une grille donnée et la position de la fourmi.

2. On définit les matrices $H = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ et $T = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

On suppose que la direction de la fourmi est la matrice colonne D . Montrer que si la fourmi est sur une case blanche, sa nouvelle direction sera donnée par HD , et si elle est sur une case noire, sa nouvelle direction sera donnée par TD .

3. Écrire une fonction qui simule une étape de la fourmi.

4. Programmer l'évolution de la fourmi. On pourra avoir un paramètre p , et n'afficher qu'une étape sur p pour accélérer le dessin.

La fonction `plt.draw()` suivie de `plt.pause(t)` met le dessin à jour après une pause de t secondes.