L'ensemble de Mandelbrot

Dans ce TP, on veut dessiner l'ensemble de Mandelbrot. On en rappelle la définition.

DÉFINITION

Soit $c \in \mathbb{C}$, appelé *graine*. On définit la suite (z_n) par

$$z_0 = c \text{ et } \forall n \in \mathbb{N},\ z_{n+1} = z_n^2 + c.$$

On appelle alors *durée de vie* d'un complexe c le premier rang n pour lequel la suite de graine c vérifie $|z_n| > 2$. On la note $d(c)$.

L'idée de l'ensemble de Mandelbrot est d'associer à chaque point du plan complexe sa durée de vie, puis de le représenter avec des couleurs : étant donnée une fonction φ de $\mathbb{N}$ dans l'ensemble des couleurs, chaque point c du plan complexe est colorié en $\varphi(d(c))$.

Proposer un programme Python permettant de dessiner une approximation de l'ensemble de Mandelbrot. On pourra faire les choix suivants :

- la durée de vie d'un complexe sera le premier rang *inférieur à un certain N* tel que $|z_n| > 2$, 0 sinon.
- on ne dessinera qu'un certain nombre de points de l'ensemble $\{x + iy \mid x, y \in [-2, 2]\}$.

Une fois l'ensemble de Mandelbrot dessiné, on pourra améliorer le programme en permettant de dessiner l'ensemble de Mandelbrot seulement sur l'ensemble $\{x + iy \mid x \in [x_c - \delta, x_c + \delta], y \in [y_c - \delta, y_c + \delta]\}$, le point (x_c, y_c) étant au choix de l'utilisateur.

On pourra regarder les points suivants :

Nom	x_c	y_c	δ
Hippocampes	-0.75	0.1	10^{-2}
Éléphants	0.275	0	10^{-2}
Spirales triples	-0.088	0.654	10^{-2}
Spirales quadruples	0.274	0.482	10^{-2}
Sceptres	-1.36	0.005	2×10^{-2}
Doubles sceptres	-0.1002	0.8383	5×10^{-3}
Sceptres (variante)	-1.108	0.230	10^{-2}
Mini Mandelbrot	-1.75	0	5×10^{-2}
Autre mini Mandelbrot	-0.1592	-1.0317	10^{-2}