

# Couplage leçons-développements

Kevin QUIRIN

2011-2012

## 1 Mathématiques

### 1.1 Algèbre

104 Groupes finis. Exemples et applications

- Théorème de Burnside [FGNb]
- Simplicité de  $\mathfrak{A}_n$  [Per]

105 Groupe des permutations d'un ensemble fini. Applications.

- Simplicité de  $\mathfrak{A}_n$  [Per]
- Décomposition de Bruhat [FGNa]

106 Groupe linéaire d'un espace vectoriel de dimension finie  $E$ , sous-groupes de  $GL(E)$ . Applications.

- Théorème de Burnside [FGNb]
- Sous-groupes compacts de  $GL_n$  [Ale]

108 Exemples de parties génératrices d'un groupe. Applications.

- Simplicité de  $\mathfrak{A}_n$  [Per]
- Action du groupe modulaire sur le demi-plan de Poincaré [Ale]

109 Anneaux  $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ . Applications.

- Théorème de Dirichlet faible [FGNa]
- Primalité des nombres de Mersenne [SPR]

110 Nombres premiers. Applications.

- Primalité des nombres de Mersenne [SPR]
- Théorème de Dirichlet faible [FGNa]
- Probabilité que deux entiers soient premiers entre eux [FGNa]

112 Corps finis. Applications.

- Primalité des nombres de Mersenne [SPR]
- Théorème de Gauß [Cara]

116 Polynômes irréductibles à une indéterminée. Corps de rupture. Exemples et applications.

- Théorème de Dirichlet faible [FGNa]
- Primalité des nombres de Mersenne [SPR]

119 Exemples d'actions de groupes sur les espaces de matrices.

- Sous-groupes compacts de  $GL_n$  [Ale]
- Décomposition de Bruhat [FGNa]

120 Dimension d'un espace vectoriel (on se limitera au cas de la dimension finie). Rang. Exemples et applications.

- Théorème des extrema liés [Goub]
- Théorème de Molien [Lei]
- Théorème de Gauß [Cara]

123 Déterminant. Exemples et applications.

- Théorème de Müntz [Goub]
- Ellipsoïde de John-Lœwner [FGNc]

124 Polynômes d'endomorphisme en dimension finie ; applications à la réduction d'un endomorphisme en dimension finie.

- Théorème de Burnside [FGNb]
- Décomposition de Dunford [Goua] [TOD]

128 Endomorphismes trigonalisables. Endomorphismes nilpotents.

- Théorème de Burnside [FGNb]
- Décomposition de Bruhat [FGNa]

131 Formes quadratiques sur un espace vectoriel de dimension finie. Orthogonalité, isotropie. Applications.

- Ellipsoïde de John-Lœwner [FGNc]
- Sous-groupes compacts de  $GL_n$  [Ale]
- Lemme de Morse [Rou]

132 Formes linéaires et hyperplans en dimension finie. Exemples et applications.

- Hahn-Banach géométrique en dimension finie [RWM]
- Formes linéaires sur  $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$  [FGNa]

133 Endomorphismes remarquables d'un espace vectoriel euclidien (de dimension finie).

- Sous-groupes compacts de  $GL_n$  [Ale]
- Décomposition de Dunford [Goua] [TOD]

137 Barycentres dans un espace affine réel de dimension finie ; convexité. Applications.

- Ellipsoïde de John-Lœwner [FGNc]
- Hahn-Banach géométrique en dimension finie [RWM]

139 Applications des nombres complexes à la géométrie.

- Théorème de Gauß [Cara]
- Action du groupe modulaire sur le demi-plan de Poincaré [Ale]

140 Systèmes linéaires ; opérations, aspects algorithmiques et conséquences théoriques.

- Décomposition de Bruhat [FGNa]
- Méthode du gradient à pas optimal [RWM]

141 Utilisation des groupes en géométrie.

- Théorème de Gauß [Cara]
- Action du groupe modulaire sur le demi-plan de Poincaré [Ale]

145 Méthodes combinatoires, problèmes de dénombrement.

- Probabilité que deux entiers soient premiers entre eux [FGNa]

- Partitions de  $[[1, n]]$  [FGNa]

## 1.2 Analyse

203 Utilisation de la notion de compacité.

- Ellipsoïde de John-Lœwner [FGNc]
- Sous-groupes compacts de  $GL_n$  [Ale]

206 Théorèmes de point fixe. Exemples et applications.

- Sous-groupes compacts de  $GL_n$  [Ale]
- Théorème de Cauchy-Lipschitz [Sch]

208 Espaces vectoriels normés, applications linéaires continues. Exemples.

- Hahn-Banach géométrique en dimension finie [RWM]
- Théorème de Banach-Steinhaus [Goub]

214 Théorème d'inversion locale, théorème des fonctions implicites. Exemples et applications.

- Lemme de Morse [Rou]
- Théorème des extrema liés [Goub]

215 Applications différentiables définies sur un ouvert de  $\mathbb{R}^n$ . Exemples et applications.

- Lemme de Morse [Rou]
- Théorème de Lyapunov [Rou]

218 Applications des formules de TAYLOR.

- Lemme de Morse [Rou]
- Méthode de Newton pour les polynômes [CLF]

219 Problèmes d'extremums.

- Ellipsoïde de John-Lœwner [FGNc]
- Théorème des extrema liés [Goub]

220 Équations différentielles  $X' = f(t, X)$ . Exemples d'études qualitatives des solutions.

- Théorème de Cauchy-Lipschitz [Sch]
- Théorème de Lyapunov [Rou]

221 Équations différentielles linéaires. Systèmes d'équations différentielles linéaires. Exemples et applications.

- Théorème de Cauchy-Lipschitz [Sch]
- Théorème de Lyapunov [Rou]

224 Comportement asymptotique de suites numériques. Rapidité de convergence. Exemples.

- Méthode de Newton pour les polynômes [CLF]
- 

226 Comportement d'une suite réelle ou vectorielle définie par une itération  $u_{n+1} = f(u_n)$ . Exemples.

- Méthode du gradient à pas optimal [RWM]
- Méthode de Newton pour les polynômes [CLF]

229 Fonctions monotones. Fonctions convexes. Exemples et applications.

- Ellipsoïde de John-Lœwner [FGNc]

– Méthode du gradient à pas optimal [RWM]

230 Séries de nombres réels ou complexes. Comportement des restes ou des sommes partielles des séries numériques. Exemples.

– Théorème de Müntz [Goub]

– Théorème d'Abel angulaire, théorème taubérien faible [Goub]

– Formule de Poisson [Goub][ZQ]

232 Méthodes d'approximation des solutions d'une équation  $F(X) = 0$ . Exemples.

– Méthode du gradient à pas optimal [RWM]

– Méthode de Newton pour les polynômes [CLF]

236 Illustrer par des exemples quelques méthodes de calcul d'intégrales de fonctions d'une ou plusieurs variables réelles.

– Intégrale de Fresnel [Goub]

–

239 Fonctions définies par une intégrale dépendant d'un paramètre. Exemples et applications.

– Formule de Poisson [Goub][ZQ]

– Intégrale de Fresnel [Goub]

240 Transformation de FOURIER, produit de convolution. Applications.

– Formule de Poisson [Goub][ZQ]

– Intégrale de Fresnel [Goub]

243 Convergence des séries entières, propriétés de la somme. Exemples et applications.

– Théorème d'Abel angulaire, théorème taubérien faible [Goub]

– Partitions de  $[[1, n]]$  [FGNa]

246 Séries de FOURIER. Exemples et applications.

– Formule de Poisson [Goub] [ZQ]

– Théorème de Banach-Steinhaus [Goub]

252 Loi binomiale. Loi de POISSON. Applications.

–

–

## 2 Informatique

901 Structures de données : exemples et applications.

- Hachage parfait [CLRS]
- Arbres binaires de recherche optimaux [CLRS]

902 Diviser pour régner : exemples et applications.

- Comparaison tri rapide/tri fusion [CLRS][Alb]
- Tri des suffixes [Cro]

903 Exemples d'algorithmes de tri. Complexité.

- Comparaison tri rapide/tri fusion [CLRS][Alb]
- Tri des suffixes [Cro]

904 Problèmes NP-complets : exemples.

- Problème de séparation par automate [FB]
- Théorème de Cook [Carb]
- PVC approché [CLRS]

906 Programmation dynamique : exemples et applications.

- Plus longue sous-séquence commune [CLRS]
- Arbres binaires de recherche optimaux [CLRS]

907 Algorithmique du texte : exemples et applications.

- Plus longue sous-séquence commune [CLRS]
- Automate des occurrences [Bea]
- Tri des suffixes [Cro]

908 Automates finis. Exemples et applications.

- Arithmétique de Presburger [Carb]
- Automate des occurrences [Bea]
- Problème de séparation par automate [FB]

909 Langages rationnels. Exemples et applications.

- Langage de pile d'un automate à pile [Carb]
- Théorème de Higman [Pet]

910 Langages algébriques. Exemples et applications.

-  
-

911 Automates à pile. Exemples et applications.

- Langage de pile d'un automate à pile [Carb]
- 

912 Fonctions récursives primitives et non primitives. Exemples.

- Fonction d'Ackermann [CLb]
- Caractérisation des ensembles RE [CLb][Lal]

913 Machines de Turing. Applications.

- Théorème de Cook [Carb]

- Théorème de Rice [Wol]

914 Décidabilité et indécidabilité. Exemples.

- Arithmétique de Presburger [Carb]
- Théorème de Rice [Wol]

915 Classes de complexité : exemples.

- Théorème de Cook [Carb]
- PVC approché [CLRS]

916 Formules du calcul propositionnel : représentation, formes normales, satisfiabilité. Applications

- Théorème de Cook [Carb]
- Linéarité de 2-SAT [Knu]

917 Logique du premier ordre : syntaxe et sémantique.

- Complétude de la résolution par coupure [CLa]
- Exemple d'un programme PROLOG [Ste]

918 Systèmes formels de preuve en logique du premier ordre : exemples.

- Complétude de la résolution par coupure [Ste]
- Exemple d'un programme PROLOG [Ste]

919 Unification : algorithmes et applications.

- Complétude de la résolution par coupure [Ste]
- Algorithme d'unification [NDR]

920 Réécriture et formes normales. Exemples.

- 
- 

921 Algorithmes de recherche et structures de données associées.

- Hachage parfait [CLRS]
- Arbres binaires de recherche optimaux [CLRS]

922 Ensembles récursifs, récursivement énumérables. Exemples.

- Caractérisation des ensembles RE [CLb][Lal]
- Théorème de Rice [Wol]

923 Analyse lexicale et syntaxique : applications.

- 
- 

924 Théories et modèles en logique du premier ordre. Exemples.

- Arithmétique de Presburger [Carb]
- Complétude de la résolution par coupure [CLa]

925 Graphes : représentations et algorithmes.

- Linéarité de 2-SAT [Knu]
- PVC approché [CLRS]

926 Analyse des algorithmes : complexité. Exemples.

- Comparaison tri rapide/tri fusion [CLRS][Alb]

– Algorithme de Dijkstra [CLRS]

927 Exemples et preuve d'algorithme : correction, terminaison.

– Algorithme d'unification [NDR]

– Algorithme de Dijkstra [CLRS]

## Références

- [Alb] Luc Albert. *Cours et exercices d'informatique*.
- [Ale] Michel Alessandri. *Thèmes de géométrie. Groupes en situation géométrique*.
- [Bea] Beauquier. *TODO*.
- [Cara] Jean-Claude Carrega. *Théorie des corps ; La règle et le compas*.
- [Carb] Olivier Carton. *Langages formels, Calculabilité et Complexité*.
- [CLa] René Cori and Daniel Lascar. *Logique mathématique, tome 1*.
- [CLb] René Cori and Daniel Lascar. *Logique mathématique, tome 2*.
- [CLF] Antoine Chambert-Loir and Stéphane Fermigier. *Analyse 2, Exercices*.
- [CLRS] Thomas H. Cormen, Charles E. Leiserson, Ronald L. Rivest, and Clifford Stein. *Introduction à l'algorithme*.
- [Cro] Maxime Crochemore. *Algorithmique du texte*.
- [FB] Robert Floyd and Richard Biegel. *Le langage des machines*.
- [FGNa] Serge Francinou, Hervé Gianella, and Serge Nicolas. *Oraux X-ENS, Algèbre 1*.
- [FGNb] Serge Francinou, Hervé Gianella, and Serge Nicolas. *Oraux X-ENS, Algèbre 2*.
- [FGNc] Serge Francinou, Hervé Gianella, and Serge Nicolas. *Oraux X-ENS, Algèbre 3*.
- [Goua] Xavier Gourdon. *Les maths en tete, algebre*.
- [Goub] Xavier Gourdon. *Les maths en tete, analyse*.
- [Knu] Donald Knuth. *The Art of Computer Programming, 4A*.
- [Lal] Lalement.
- [Lei] Éric Leichtman. *Exercices corrigés de mathématiques posés à l'oral des concours de Polytechnique et des ENS, Algèbre et Géométrie*.
- [NDR] K. Nour, R. David, and C. Raffalli. *Introduction à la logique : Théorie de la démonstration. Cours et exercices corrigés*.
- [Per] Daniel Perrin. *Cours d'algèbre*.
- [Pet] Bruno Petazzoni. *Seize problèmes d'informatique : Avec corrigés détaillés et programmes en Caml*.
- [Rou] François Rouvière. *Petit guide de calcul différentiel à l'usage de la licence et de l'agrégation*.
- [RWM] Jean-Pierre Ramis, André Warusfel, and François Moulin. *Cours de mathématiques pures et appliquées, volume 1, Algèbre et Géométrie*.
- [Sch] Laurent Schwartz. *Analyse 2*.
- [SPR] Philippe Saux Picart and Éric Rannou. *Cours de calcul formel. Corps finis, systèmes polynomiaux, Applications*.
- [Ste] Jacques Stern. *Fondements mathématiques de l'informatique*.
- [TOD] TODO. *Objectif Agrégation*.
- [Wol] Pierre Wolper. *Introduction à la calculabilité*.
- [ZQ] Claude Zuily and Hervé Queffélec. *Analyse pour l'agrégation*.